

AVALIAÇÃO DAS DEFORMAÇÕES EM LAJES ALIGEIRADAS REALIZADAS COM VIGOTAS PRÉ-ESFORÇADAS

A. Serra Neves

Professor Auxiliar, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

1 - INTRODUÇÃO

A sistematização do cálculo das *flechas máximas a longo prazo* instaladas nas Lajes Aligeiradas Pré-esforçadas, facilitando a adopção de um procedimento automático por computador, permitirá aos intervenientes nos processos construtivos, uma maior garantia do controle da qualidade do comportamento estrutural e uma abordagem uniforme no tratamento das deformações.

No presente trabalho é apresentada uma metodologia de cálculo, a adoptar nas lajes aligeiradas realizadas com vigotas pré-esforçadas, com particular destaque para a verificação do estado limite de deformação, de acordo com a regulamentação nacional e europeia. São apresentados dois exemplos resolvidos.

Este estudo foi solicitado pela PAVILECA - PAVIMENTOS E BLOCOS S.A. ao Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, com a colaboração do eng.º A. Fontes de Melo, como quadro superior da empresa.

2 - O PROJECTO DE LAJES

O projecto de lajes em geral e das aligeiradas realizadas com vigotas pré-fabricadas com pré-esforço em particular envolve, de acordo com a regulamentação de segurança, a verificação dos estados limites últimos de resistência e os estados limites de utilização. No que respeita a estes últimos, há a considerar o estado limite de fendilhação e o estado limite de deformação.

2.1 – ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE RESISTÊNCIA

O estado limite último de resistência é verificado através da comparação dos esforços máximos instalados de cálculo (M_{Sd} e V_{Sd}) com os esforços resistentes (M_{Rd} e V_{Rd}), nas diversas secções críticas da laje.

A quantificação dos esforços de cálculo, M_{Sd} e V_{Sd} , é efectuada a partir da análise da estrutura/laje. A regulamentação sugere a análise elástica da estrutura considerando secções não fendilhadas, mas admite a consideração de um comportamento não linear e em certas situações admite mesmo a análise plástica limite, com algumas restrições.

De acordo com o EC2 [1], duas situações são referidas com particular interesse para as lajes aligeiradas dotadas de vigotas pré-esforçadas.

A primeira situação diz respeito a lajes analisadas pressupondo apoios simples com ligação monolítica ao apoio. Neste caso, apesar da laje ser calculada com o pressuposto de simplesmente apoiada, obriga à consideração de uma armadura negativa nos apoios que garanta um momento flector resistente pelo menos igual a 25% do momento flector máximo no vão.

No caso de lajes contínuas com continuidade sobre os apoios, o EC2 [1] permite a redistribuição de esforços, com redução do momento negativo até ao limite máximo de metade do momento positivo no vão adjacente, figura 1, desde que estejam satisfeitas algumas condições, como sejam a alta ductilidade da armadura e a baixa profundidade do eixo neutro ($x/d < 0,25$). No entanto a relação entre os momentos nos apoios contínuos e os momentos no vão deve situar-se entre 0,5 e 2,0.

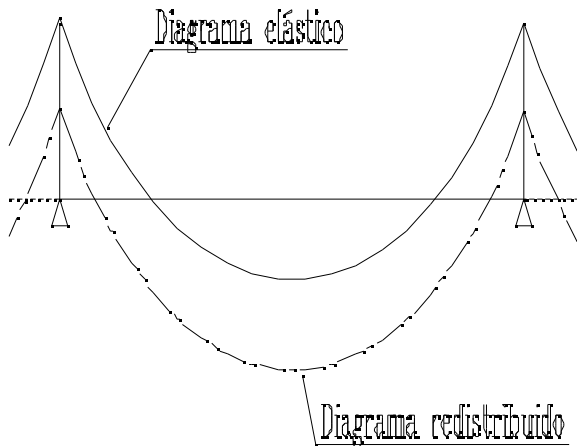


Fig.1 – Redistribuição de esforços em lajes

Em termos práticos, no caso das lajes aligeiradas correntes contínuas, onde as acções são essencialmente consideradas como cargas uniformemente distribuídas e onde as acções variáveis são geralmente de valor muito menor que as acções com carácter de permanência, tem-se:

- Nas situações de apoio monolítico calculado como apoio simples, tem-se no vão um momento que designaremos por M_0 , e sobre o apoio um momento negativo igual a 25% de M_0 ; A armadura a colocar superiormente na zona de apoio deve estender-se a 20% do vão adjacente, contado a partir da face do apoio;

- Nas situações de continuidade sobre apoios e admitindo uma situação de vãos semelhantes, deve utilizar-se para o cálculo das armaduras negativas, um momento flector negativo:

$$M_{sd}^{-} = pl^2/24 \quad (1)$$

e um momento flector positivo:

$$M_{sd}^{+} = pl^2/12 \quad (2)$$

onde p representa a carga uniformemente distribuída obtida a partir das cargas permanentes e variáveis agravadas dos correspondentes coeficientes parciais de segurança (figura 2).

Outros autores [5] sugerem que em apoios monolíticos considerados na análise como apoios simples, é recomendável colocar uma armadura constituída por varões, com um comprimento igual a 1/10 do vão livre, de secção, por metro de largura, não inferior à armadura de distribuição, cujos varões são integrados na camada complementar de betão, devendo ser convenientemente amarrados nos lintéis ou vigas em que as vigotas apoiam.

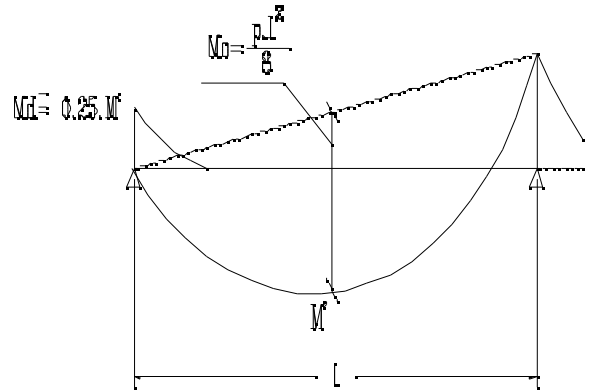


Fig. 2 - Diagrama de momentos em vão extremo

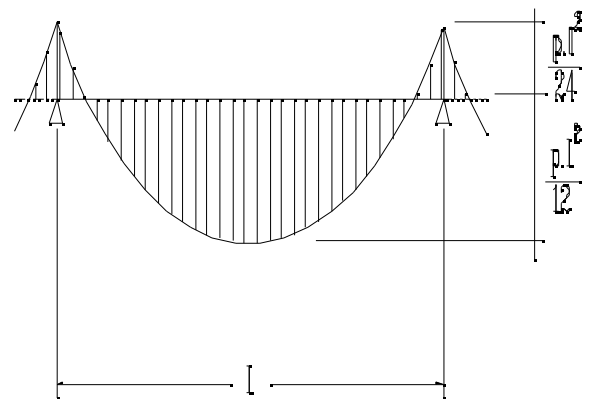


Fig. 3 - Diagrama de momentos em vão intermédio

Uma vez escolhida a laje, calculam-se as armaduras ordinárias a usar para a absorção dos momentos negativos, respeitando os valores mínimos especificados na regulamentação aplicável [1,3] a secções de betão armado. Assume aqui particular importância o respeito pela armadura mínima; no entanto, nos apoios tratados como apoios simples, apesar de monolíticos, considera-se aceitável que a regra da armadura mínima não seja observada. Nas figuras 4 e 5 apresentam-se em esquema as armaduras obtidas.

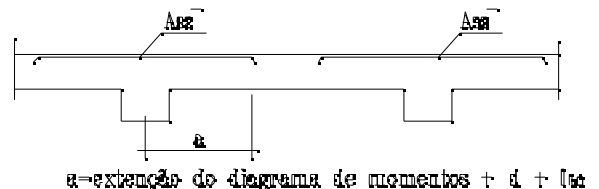


Fig. 4 - Armadura negativa em apoio "simples"

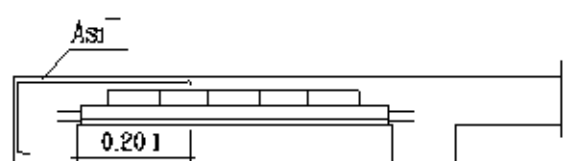


Fig. 5 - Armadura negativa em apoio com continuidade

Para as lajes correntes em edifícios, as armaduras negativas acabam, muitas vezes, por ser condicionadas pela imposição da armadura mínima, o que acaba por proporcionar um momento flector negativo superior ao indicado ($pL^2/24$). Por consequência, há necessidade de redimensionar a laje a utilizar, onde o momento positivo é reduzido, graças a um maior momento resistente negativo (figura 6).

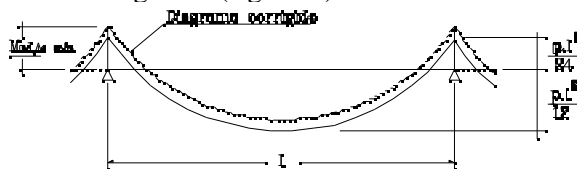


Fig.6 - Correção do diagrama de momentos

2.2 - ESTADO LIMITE DE FENDILHAÇÃO

O controle do estado limite de fendilhação, ao abrigo da regulamentação europeia [1,2] ou pelo REBAP [3] e pelo RSA [4], é efectuado do seguinte modo:

- Na zona de momentos positivos, a existência de armaduras de pré-esforço obriga ao respeito dos valores indicados nos quadros 1 [1] ou 2 [3]. Neste quadro foi substituída a condição de largura de fendas pela condição de início de fendilhação, que se considera corresponder a uma tensão de tracção igual a f_{ctk} .

Classe de exposição	Combinação	Estado Limite
1	Frequente	f_{ct} f_{ctk} (w 0,2 mm)
2	Frequente	f_{ct} 0
3	Frequente	f_{ct} 0
4	Frequente	f_{ct} 0

Quadro 1 – Estado limite de fendilhação segundo o EC2 [1]; armaduras de pré-esforço

Ambiente	Combinação	Estado Limite
Pouco Agressivo	Frequente	f_{ct} f_{ctk} (w 0,2 mm)
	Quase permanente	f_{ct} 0
Moderadamente agressivo	Frequente	f_{ct} f_{ctk} (w 0,1 mm)
	Quase permanente	f_{ct} 0
Muito agressivo	Rara	f_{ct} f_{ctk} (w 0,1 mm)
	Frequente	f_{ct} 0

Quadro 2 – Estado limite de fendilhação pelo REBAP [3]; armaduras de pré-esforço

- Na zona de momentos negativos da laje tem-se um meio estrutural de betão armado com armaduras ordinárias. Os estados limites a

considerar, correspondentes a edifícios correntes, apresentam-se nos quadros 3 e 4.

Classe de exposição	Combinação	Estado Limite
1		Sem limitação
2	Quase permanente	F_{ct} f_{ctk} (w 0,3 mm)
3	Quase permanente	F_{ct} f_{ctk} (w 0,3 mm)
4	Quase permanente	F_{ct} f_{ctk} (w 0,3 mm)

Quadro 3 – Estado limite de fendilhação segundo o EC2 [1]; armaduras ordinárias

Ambiente	Combinação	Estado Limite
Pouco Agressivo	Frequente	f_{ct} f_{ctk} (w 0,3 mm)
Moderadamente agressivo	Frequente	f_{ct} f_{ctk} (w 0,2 mm)
Muito agressivo	Rara	f_{ct} f_{ctk} (w 0,1 mm)

Quadro 4 – Estado limite de fendilhação pelo REBAP [3]; armaduras ordinárias

Se os valores indicados nos quadros anteriores não são observados, há então, em princípio, necessidade de quantificar o valor de cálculo da largura de fendas. No entanto, o EC2 [1] apresenta

uma alternativa para controlar a fendilhação. Segundo este código, para situações de tensões provocadas por impedimento a deformações

impostas extrínsecas, consegue-se limitar a largura das fendas a valores aceitáveis se:

- A zona em estudo possui uma armadura mínima aderente suficiente para assegurar que a cedência da armadura não ocorre para valores dos esforços inferiores aos que provocam a essa fendilhação, e

- O afastamento ou o diâmetro dos varões é limitado aos valores indicados no quadro 5, em função dos valores das tensões instaladas nas armaduras para combinações quase permanentes de acções.

Tensão na Armadura (Mpa)	Diâmetro máximo (mm)	Afastamento máximo em flexão simples (mm)
160	32	300
200	25	250
240	20	200
280	16	150
320	12	100
360	10	50
400	8	
500	6	

Quadro 5 – Diâmetro e afastamento máximos para varões de alta aderência

A armadura mínima atrás referida é quantificada pela expressão:

$$A_s = k_c k f_{ct,ef} A_{ct} / s \quad (3)$$

onde:

A_s - armadura mínima

$k_c = 0,4$ (flexão sem esforço normal de compressão)

$k = 1,0$ (tensões de tracção devido a impedimento a deformação extrínseca)

$f_{ct,ef}$ - resistência efectiva do betão à tracção (=0,8 f_{ctm} , para lajes com a idade de pelo menos 28 dias e uma espessura não superior a 30 cm)

A_{ct} - área da secção traccionada, imediatamente antes da formação da 1ª fenda ($h/2$)

s - tensão máxima permitida na armadura (f_{yk})

Segundo o REBAP [3], as deformações para combinações frequentes de acções em lajes devem ser limitadas a 1/400 do vão. No entanto, se as deformações afectam divisórias, há necessidade de respeitar um valor máximo absoluto de 1,5 cm.

Segundo o EC2 [1], as deformações calculadas para combinações quase permanentes de acções não devem ultrapassar 1/250 do vão da laje, sob pena de serem afectadas as condições de utilização da estrutura e o seu aspecto. Se as deformações podem danificar divisórias, acabamentos ou equipamentos, deve considerar-se como limite máximo para a flecha de uma laje 1/500 do vão. Esta flecha deve contudo ser quantificada para as acções a aplicar à laje após a construção dos elementos cuja danificação se deseja prevenir.

O cálculo das deformações numa laje depende dos diagramas de esforços instalados para a combinação considerada, dos efeitos diferidos e do estado do betão (fendilhado ou não).

O valor da deformação pode obter-se por integração numérica das curvaturas, a partir dos diagramas momentos/curvaturas.

Se não existe fendilhação, o cálculo da deformação é simples. Calcula-se a deformação elástica instantânea e introduz-se a influência dos efeitos diferidos através de um coeficiente de fluência apropriado.

Se ocorre fendilhação na zona de continuidade dos momentos flectores negativos algumas dificuldades são introduzidas no cálculo das deformações. Existem vários processos aproximados para o cálculo desses deslocamentos [6]. Segundo o Anexo 4 do EC2 [1] o cálculo de deformações em

2.3 – ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO

As deformações de qualquer elemento estrutural devem ser tais que não fique prejudicado o seu aspecto e a sua correcta utilização.

Os valores máximos a admitir para as deformações de uma laje devem ser acordados com o dono da obra, tendo em conta vários aspectos, nomeadamente, os acabamentos, a existência de divisórias, a existência de máquinas ou aparelhos e a possível acumulação de águas. Também pode ser necessário limitar as vibrações, porque podem causar desconforto ou mesmo alarme nos utentes dos edifícios.

peças fendilhadas pode efectuar-se a partir dos valores associados a duas situações limite:

- situação de secção não fendilhada, i_1 ;
- situação de secção totalmente fendilhada, i_2 .

Se o momento flector instalado na secção possui um valor intermédio, o valor da deformação assume um valor a obter pela expressão:

$$i = i_1 + (1 - i_1) \cdot i_2 \quad (4)$$

onde se obtém pela expressão:

$$i = 1 - i_1 \cdot i_2 \cdot (s_{sr} / s)^2 \quad (5)$$

onde

$i_1 = 1,0$ (0,5) se varões de alta aderência (varões lisos)

$i_2 = 1,0$ (0,5) se acção única de curta duração (cargas em permanência)

s = tensão na armadura de tracção na hipótese de secção fendilhada

s_{sr} = tensão na armadura de tracção na hipótese de secção fendilhada sob a acção das cargas que provocam o início da fendilhação.

O quociente s_{sr} / s pode ser substituído por M_{fctk} / M . Se a secção não se apresenta fendilhada assume um valor nulo.

As propriedades a considerar para os materiais são o valor médio da resistência à tracção do betão f_{ctm} e o módulo de elasticidade efectivo do betão $E_{c,ef}$

$$E_{c,ef} = E_{cm} / (1 + \eta) \quad (6)$$

onde η representa o coeficiente de fluência.

No caso particular das lajes aligeiradas realizadas com vigotas pré-esforçadas, duas situações podem ocorrer:

- Não existe fendilhação ($f_{ct} > f_{ctm}$) quer na zona de momentos negativos quer na zona de momentos positivos;
- Não existe fendilhação na zona de momentos positivos, mas existe fendilhação sobre os apoios (momentos negativos).

Na primeira situação aplicam-se os procedimentos correspondentes à hipótese de EI constante e carga uniformemente distribuída conduzindo a:

$$i_0 = M^2 l^2 / (8EI) - pl^4 / (384EI) \quad (7)$$

para a deformação instantânea a meio vão da laje, e

$$i = i_0 (1 + \eta) \quad (8)$$

para a deformação a longo prazo, onde η é um factor de correcção para ter em conta os efeitos diferidos.

Se ocorre fendilhação na zona de momentos negativos, há necessidade de encontrar outra via.

O EC2 [1] propõe para peças parcialmente fendilhadas, o método baseado na expressão (4).

No caso particular das lajes realizadas com vigotas pré-esforçadas, aquele processo é penalizante, na medida em que parte da laje, a zona de momentos positivos, está claramente não fendilhada. Para ultrapassar este aspecto é proposta uma via alternativa.

A laje possui, para a combinação de acções considerada, o diagrama de momentos flectores de serviço M, conduzindo a uma deformação com pontos de inflexão nas secções de momento nulo (figura 7).

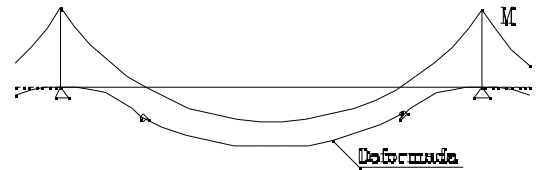


Fig. 7 - Diagrama de momentos e deformada de laje

Na deformada da laje podem distinguir-se duas zonas:

- Zona de momentos positivos onde não ocorre qualquer fendilhação;
- Zonas dos momentos negativos onde pode ocorrer fendilhação.

Introduzindo rótulas nos pontos de inflexão, obtém-se a estrutura representada na figura 8, onde se distingue um troço de comprimento L_2 .

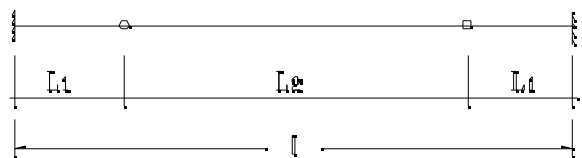


Fig.8 - Estrutura / laje alterada

Nesta sub-estrutura as deformações instantânea i_{20} e a longo prazo i_2 podem calcular-se pelas expressões (9) e (19).

$$i_{20} = 5 p l^4 / (384 EI) \quad (9)$$

$$i_2 = i_{20} (1 + \eta) \quad (10)$$

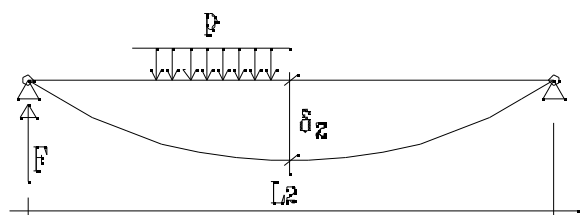


Fig. 9 - Deformações na laje L_2

Nos troços L_1 (figura 10) após o cálculo de $i_{10,I}$ e de $i_{10,II}$ obtém-se os valores das deformações

instantâneas s_{10} e a longo prazo s_1 pelas expressões (11) e (12).

$$s_{10} = s_{10,II} + (1 - \alpha) s_{10,I} \quad (11)$$

$$s_1 = s_{10} (\alpha + 1) \quad (12)$$

O deslocamento final da laje (figura 10), a meio vão é dado pela expressão (13).

$$s = s_1 + s_2 \quad (13)$$

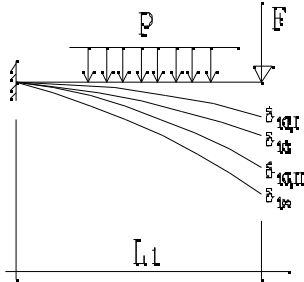


Fig.10 - Deslocamentos finais

3 - APLICAÇÕES

3.1 – EXEMPLO 1

Considere-se uma laje, de um piso de habitação, com continuidade em ambos os apoios, com um vão de 6,0 metros. Os tramos de lajes adjacentes possuem vãos semelhantes. Os materiais usados são A400 e C20/25 (B25). A laje está sujeita a 2kN/m^2 de sobrecarga e 2.5kN/m^2 de revestimentos e divisórias.

Esta laje foi realizada com uma solução com as seguintes características:

$$h=30 \text{ cm}; \quad \text{peso próp.}=3,42 \text{ kN/m}^2;$$

$$M_{rd}=58,4 \text{ kN.m/m}; \quad V_{rd}=36,9 \text{ kN/m};$$

$$M_{fctk}=33,1 \text{ kN.m/m}; \quad EI=28527 \text{ kN.m}^2/\text{m}.$$

Pretende-se quantificar a flecha a meio vão da laje.

3.1.1 – Verificação do estado limite último de resistência

Admitindo desprezáveis os agravamentos de esforços motivados pela alternância de sobrecargas, tem-se para os momentos flectores decorrentes de uma análise elástica linear:

$$M_{sd}^- = pl^2/12 = 32,97 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{sd}^+ = pl^2/24 = 16,49 \text{ kN.m/m}$$

$$V_{sd} = pl/2 = 30,27 \text{ kN/m}$$

onde,

$$p=1,35(g_1+g_2)+1,50q=10,99 \text{ kN/m}^2.$$

Aplicando um coeficiente de redistribuição igual a α , resulta para os momentos flectores de cálculo:

$$M_{sd}^- = 16,49 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{sd}^+ = 32,97 \text{ kN.m/m}$$

Comparando os esforços de cálculo com os esforços resistentes, conclui-se que está verificada

a segurança ao estado limite último de resistência para os esforços transversos e momentos positivos.

Na zona de momentos flectores negativos há necessidade de prever armadura ordinária.

$$M_{sd}^- = 16,49 \text{ kN.m/m}; \quad h = 0,30 \text{ m};$$

$$d = 0,27 \text{ m}; \quad b = 1,0 \text{ m};$$

$$\mu = 0,017; \quad A_s = 1,78 \text{ cm}^2$$

Calculando a armadura mínima regulamentar para a flexão, obtém-se

$$A_s = 0,0015 b d = 4,05 \text{ cm}^2,$$

armadura realizada com 6 $\phi 10$ / metro ($4,71 \text{ cm}^2$).

Como a armadura mínima regulamentar é superior à estritamente necessária para absorver o momento negativo, após a redistribuição de 50%, poder-se-ia redimensionar a laje considerando uma redistribuição menor que 50%, o que não foi considerado neste aplicação.

3.1.2 – Verificação do estado limite de fendilhação

Como se trata de habitação e como o ambiente é pouco agressivo, considera-se a combinação frequente de acções.

$$p_{freq} = g_1 + g_2 + \alpha_1 q_k = 6,52 \text{ kN/m}^2$$

Na zona de momentos positivos, a presença das armaduras de pré-esforço, obriga, de acordo com o REBAP [3],

$$M_{freq} \leq M_{fctk}$$

o que se verifica na aplicação,

$$M_{freq} = p_{freq} \cdot l^2 / 24 = 9,78 \text{ kN.m/m}$$

$$(M_{fctk} = 33,1 \text{ kN.m/m})$$

Na zona de momentos negativos, considerando o ambiente pouco agressivo, tem-se um momento actuante:

$$M_{freq} = p_{freq} \cdot l^2 / 12 = 19,56 \text{ kN.m/m}$$

Importa nesta fase verificar se o momento negativo é superior ao momento de fendilhação da laje maciça associada, sobre os apoios.

Considerando,

$$f_{ctm} = 2,2 \text{ Mpa (C20/25)}$$

$$I_c = 2,25 \times 10^{-3} \text{ m}^4 (b=1,00\text{m}; h=0,30\text{m}); v=0,15\text{m},$$

a tensão na fibra superior obtém-se pela expressão:

$$\sigma = M \cdot v / I_c$$

Substituindo os valores, tem-se:

$$M = 33,00 \text{ kN.m/m}$$

Como este momento é superior ao momento negativo resultante da combinação de acções frequente ($M_{freq} = 19,56 \text{ kN.m/m}$), conclui-se que por si só o betão da laje é suficiente para absorver

todo o momento negativo actuante, não havendo, portanto, lugar a qualquer fendilhação da laje.

3.1.3 – Estado limite de deformação; cálculo da flecha a meio vão

Verificou-se em 3.1.2 que, para combinação frequente de acções, não se verifica fendilhação do betão. Assim, pode quantificar-se a deformação da laje considerando um comportamento elástico e linear para toda a estrutura.

No caso presente tem-se:

$$M_{freq}^- = p_{freq} \cdot l^2 / 24 = 9,78 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{freq}^+ = p_{freq} \cdot l^2 / 12 = 19,56 \text{ kN.m/m}$$

$$l = 6,0 \text{ m}$$

$$EI = 28527 \text{ kN.m}^2/\text{m}$$

resultando para a flecha inicial a meio vão, pela expressão (7),

$$w_0 = M_{freq}^- \cdot l^2 / (8EI) - p_{freq} \cdot l^4 / (384EI) = 0,23 \text{ cm}$$

e para a deformação a longo prazo,

$$= g_m / (g_m + 1 \cdot q_k) \cdot w_0 = 1,82$$

$$= w_0 \cdot (1 + 1) = 0,6486 \text{ cm}$$

o que corresponde a 1/925 do vão.

3.2 – EXEMPLO 2

Considere-se uma laje relativa a um painel intermédio de um piso de habitação, com continuidade em ambos os apoios, com um vão de 6,0 metros. Os painéis adjacentes possuem vãos semelhantes. Os materiais usados são A400 ($f_{yk} = 400 \text{ MPa}$) para as armaduras ordinárias e C20/25 ($f_{ctk} = 1,6 \text{ MPa}$; $f_{ctm} = 2,2 \text{ MPa}$) para o betão. O ambiente considera-se pouco agressivo.

Esta laje foi realizada com uma solução com as seguintes características:

$$h = 20 \text{ cm} \quad d = 17 \text{ cm}$$

$$g_1 = 2,75 \text{ kN/m}^2 \quad g_2 = 2,5 \text{ kN/m}^2$$

$$q = 2 \text{ kN/m}^2 \quad \mu = 2,0$$

$$EI = 10508 \text{ kN.m}^2/\text{m} \quad E_{cm} = 29 \text{ GPa}$$

$$M_{rd} = 37,9 \text{ kN.m/m} \quad V_{rd} = 32,9 \text{ kN/m}$$

$$M_{fctk} = 17,9 \text{ kN.m/m}$$

Pretende-se quantificar a flecha a meio vão da laje.

3.2.1 – Verificação do estado limite último de resistência

Admitindo desprezáveis os agravamentos de esforços motivados pela alternância de sobrecargas, tem-se para os momentos flectores decorrentes de uma análise elástica linear:

$$M_{Sd}^- = p l^2 / 12 = 30,26 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{Sd}^+ = p l^2 / 24 = 15,13 \text{ kN.m/m}$$

onde,

$$p = 1,35(g_1 + g_2) + 1,50q = 10,09 \text{ kN/m}^2$$

Mobilizando um coeficiente de redistribuição de momentos flectores igual a 50%, resulta para os momentos flectores de cálculo:

$$M_{Sd}^- = 15,13 \text{ kN.m/m}$$

$$M_{Sd}^+ = 30,26 \text{ kN.m/m}$$

O valor do esforço transverso de cálculo importa em,

$$V_{Sd} = p l / 2 = 30,27 \text{ kN/m}$$

Comparando os esforços de cálculo com os esforços resistentes, fica confirmada a segurança ao estado limite último de resistência para os momentos flectores positivos e para os esforços transversos.

Na zona de momentos flectores negativos há necessidade de prever armadura ordinária.

$$M_{Sd}^- = 15,13 \text{ kN.m/m};$$

$$\mu = 0,04;$$

$$A_s = 2,73 \text{ cm}^2/\text{m} \quad (6 \text{ } \varnothing 8 / \text{m} - 3,02 \text{ cm}^2/\text{m}).$$

Calculando a armadura mínima regulamentar para a flexão, obtém-se

$$A_s = 0,0015 b d = 2,55 \text{ cm}^2 \text{ (verificada).}$$

3.2.2 – Verificação do estado limite de fendilhação

Na zona de momentos positivos, a presença das armaduras de pré-esforço obriga, de acordo com o REBAP [3],

$$M_{freq} \leq M_{fctk}$$

Calculando o valor frequente das acções,

$$p_{freq} = g_1 + g_2 + 1 \cdot q = 5,85 \text{ kN/m}^2$$

resulta para o momento flector frequente,

$$M_{freq} = p_{freq} \cdot l^2 / 24 = 8,775 \text{ kN.m/m}$$

$$(< M_{fctk} = 17,9 \text{ kN.m/m})$$

Na zona de momentos negativos, tem-se um momento actuante:

$$M_{freq} = p_{freq} \cdot l^2 / 12 = 17,55 \text{ kN.m/m}$$

que no entanto é superior ao momento de fendilhação, associado a uma laje maciça,

$$M_{fctk} = f_{ctk} b h^2 / 6 = 10,67 \text{ kN.m/m}$$

$$(< 17,55 \text{ kN.m/m}).$$

Havendo fendilhação na zona de momentos negativos, de acordo com o EC2 [1], não é necessário calcular a largura de fendas se é respeitada a armadura mínima (3) e se é respeitado o calibre máximo ou o espaçamento máximo previsto no quadro 5.

A armadura mínima totaliza:

$$A_s = k_c k_{ct,ef} A_{ct} / s$$

$$= 0,4 \times 1,0 \times (0,8 \times f_{ctm}) \times (h/2) / f_{yk} = 1,76 \text{ cm}^2$$

que é inferior à armadura utilizada: $3,02 \text{ cm}^2$.

Calcula-se então a tensão instalada na armadura para combinação quase permanente de acções em secção fendilhada:

$$p_{q,perm.} = g_1 + g_2 + q = 5,65 \text{ kN/m}^2$$

$$M_{q,perm.} = 16,95 \text{ kN.m/m}$$

$$= E_s/E_c \cdot I_0$$

(x=posição do eixo neutro)

$$x = \left\{ -A_s + \left[(A_s)^2 + 2bd A_s \right]^{1/2} \right\} / b$$

$$x = 2,91 \text{ cm}$$

$$I'_{fend} = bx^3/3 + (d-x)^2 \cdot A_s = 6817 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_s = [M_{q,perm.}(d-x)]/I'_{fend} = 350,18 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = 350 \text{ MPa}$$

Pelo quadro 5, pode concluir-se que o diâmetro máximo admissível é 10 mm, o que é respeitado pelo diâmetro utilizado (8 mm). Fica assim verificado o estado limite de fendilhação.

3.2.3 – Estado limite de deformação; cálculo da flecha a meio vão

Para combinação frequente de acções tem-se para a carga aplicada,

$$p_{freq} = 5,85 \text{ kN/m}^2$$

originando um momento flector negativo sobre os apoios,

$$M_{freq} = p_{freq} \cdot l^2 / 12 = 17,55 \text{ kN.m/m}$$

que é superior ao momento de fendilhação,

$$M_{fctk} = 10,67 \text{ kN.m/m}$$

Para calcular a deformação, vai então utilizar-se o método sugerido em 2.3, desdobrando a estrutura/laje em duas subestruturas.

A subestrutura central (laje simplesmente apoiada), desenvolve-se num vão l_2 :

$$l_2 = 2l/(12)^{1/2} = 3,46 \text{ m}$$

resultando para o correspondente deslocamento imediato:

$$w_0 = 5pl_2^4/(384EI) = 1,039 \text{ mm}$$

e para o deslocamento a longo prazo:

$$= g_m/(g_m + \eta_k) \cdot w_0 = 1,8$$

$$w_2 = w_0(1 + \eta) = 2,91 \text{ mm}$$

As consolas laterais, com o vão l_1

$$l_1 = (l - l_2)/2 = (6,0 - 3,46)/2 = 1,27 \text{ m}$$

estão solicitadas pela carga distribuída frequente e por uma carga concentrada nas suas extremidades,

$$F_{freq} = p_{freq} \times l_2/2 = 10,12 \text{ kN/m}$$

proveniente da acção do tramo central, obtendo-se assim para os deslocamentos:

$$= 1 - \eta_1 - \eta_2 (M_{fctk}/M_{freq})^2$$

$$= 1 - (10,67/17,55)^2 = 0,630$$

$$I_{0,I} = (p_{freq} l_1^4 / 8E_{cm} I'_{fend}) + (F_{freq} l_1^3 / 3E_{cm} I'_{fend})$$

$$I_{0,I} = 0,456 \text{ mm}$$

$$I'_{fend} = bx^3/3 + A_s(d-x)^2 = 6817 \text{ cm}^4$$

$$I'_{n/fend} = bh^3/12 = 66667 \text{ cm}^4$$

$$I_{0,II} = 0,456 \times 66667 / 6817 = 4,46 \text{ mm}$$

$$I_{10} = I_{0,II} + (1 - \eta) I_{0,I} = 2,977 \text{ mm}$$

$$w_1 = w_0(1 + \eta) = 8,34 \text{ mm}$$

resultando para o valor da flecha da laje de 6 metros de vão, já com os efeitos diferidos:

$$w = w_1 + w_2 = 8,34 + 2,91 = 11,25 \text{ mm}$$

(aproximadamente igual a 1/533 do vão).

MARÇO / 2001

4 - REFERENCIAS

[1] EC2 – ENV 1992-1-1 – Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de Betão – Parte 1: Regras Gerais e Regras para Edifícios.

[2] EC1 – ENV 1991 – Eurocódigo 1: Bases do Projecto e Acções em Estruturas.

[3] REBAP – Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado. Dec.-Lei nº 349-C/83. Imprensa Nacional, Casa da Moeda. Lisboa.

[4] RSA - Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes. Dec.-Lei nº 235/83. Imprensa Nacional, Casa da Moeda. Lisboa.

[5] Pavimentos Aligeirados de Vigotas Pré-fabricadas de Betão Pré-esforçado – Condições a satisfazer no projecto e na execução. Relatório 134/98-NPC. LNEC. Lisboa

[6] Projecto de Estruturas de Betão. Texto de apoio ao Curso de Especialização “Nova Regulamentação para o Projecto de Estruturas de Betão”. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto.